

Ecuaciones exponenciales

Los tres tipos que caen y cómo se resuelve cada uno, paso a paso

Una ecuación exponencial es aquella donde **la incógnita está en el exponente**. Lo primero no es calcular: es mirar la ecuación y decidir de cuál de los tres tipos es.

1 · Bases iguales — método directo

Se factorizan los números para **conseguir la misma base en los dos lados**. Cuando las bases coinciden, se igualan los exponentes y la exponencial desaparece.

EJEMPLO

$$5^{x+1} = 125$$

$$5^{x+1} = 5^3$$

$$x + 1 = 3$$

$$x = 2$$

2 · Bases distintas — logaritmos

Si las bases no se pueden igualar, **se toman logaritmos en los dos lados** y la incógnita baja del exponente, que es de lo que se trata.

EJEMPLO

$$5^x = 256$$

$$\log 5^x = \log 256$$

$$x \cdot \log 5 = \log 256$$

$$x = \frac{\log 256}{\log 5} \quad x \approx 3,45$$

3 · Varios términos — cambio de variable

Cuando aparece la misma potencia varias veces, se usan las propiedades para **dejarlo todo en función de a^x** , se sustituye por una variable nueva (z) y sale una ecuación de segundo grado. Al final hay que **deshacer el cambio**.

EJEMPLO

$$3^{2x-1} - 8 \cdot 3^{x-1} = 3$$

$$\frac{(3^x)^2}{3} - 8 \cdot \frac{3^x}{3} = 3$$

$$(3^x)^2 - 8 \cdot 3^x = 9 \rightarrow \text{cambio } 3^x = z$$

$$z^2 - 8z - 9 = 0 \rightarrow z = 9 \text{ o } z = -1$$

$$3^x = 9 \quad x = 2 \quad (3^x = -1 \text{ se descarta})$$

Propiedades esenciales

PROPIEDAD	OPERACIÓN
Suma en el exponente	$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$
Resta en el exponente	$a^{n-m} = a^n / a^m$
Potencia de una potencia	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
Exponente cero	$a^0 = 1$
Exponente negativo	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
Exponente fraccionario	$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$
Logaritmo de una potencia	$\log a^x = x \cdot \log a$

ojo

- Una potencia de base positiva **nunca es negativa ni cero**: si el cambio da $z \leq 0$, se descarta.
- El logaritmo, en la base que quieras (decimal o neperiano), pero **la misma en los dos lados**.
- Factoriza siempre los números ($125 = 5^3$, $81 = 3^4$): muchas del tipo 2 son en realidad del tipo 1.
- 3^{x+1} no es $3^x + 3$: es $3^x \cdot 3$. Ahí se cae media clase.

¿Sabes las propiedades y sigues atascado?

En Alquimia lo practicamos con exámenes reales, en grupos de seis alumnos.

WhatsApp 600 325 296